Devoir sur table – Novembre 1999
MIAS 1ère année – 1er semestre

Aucun document ni machine électronique n'est permis à l'exception de la carte de référence de Scheme. Les téléphones doivent être éteints et rangés dans les sacs.

L'examen dure deux heures. Ce sujet comporte 0 pages.

Les questions peuvent être résolues de façon indépendante. Il est possible, voire même utile, pour répondre à une question, d'utiliser les fonctions qui sont l'objet des questions précédentes.

Répondre sur la feuille même, dans les cadres appropriés. La taille des cadres suggère le nombre de lignes de la réponse attendue (utiliser le dos de la feuille précédente si la réponse déborde des cadres). Le barême (total sur 0) apparaissant dans chaque cadre n'est donné qu'à titre indicatif.

La clarté des réponses et la présentation des programmes seront appréciées. Toutes les fonctions apparaissant dans les réponses doivent être accompagnées de leur spécification. Ne pas désagrafer les feuilles.

Exercice 1

Donner un exemple d'une fonction syntaxiquement récursive.

Réponse [0/0]

```
(define (appliquer-n f n l)
  (if (= n 0)
      l
      (appliquer-n f (- n 1) (map f l)) ) )
```

Exercice 2

Donner un exemple d'appel à la fonction suivante, dessiner le résultat puis écrire une spécification :

```
;;;Id : partiel99.scm, v1.12000/03/1017 : 30 : 58queinnecExp
(define (np a)
  (overlay (filled-triangle (- a) (- a) (- a) a a 0)
           (filled-triangle a a a (- a) (- a) 0) ) )
```

Réponse [0/0]

Exemple d'appel `(np 0.66)`. Cette fonction dessine une sorte de nœud papillon centré avec un rapport d'homothétie $|a|$. Du point de vue des types, on a $[-1 \ldots + 1] \rightarrow$ Dessin.

Exercice 3

Écrire en Scheme une fonction, nommée `C`, correspondant aux définitions suivantes :

Section	Groupe	Nom	Prénom

$$C_n^n = C_n^0 = 1$$
$$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$$

Réponse [0/0]

```
;;; (appliquer-n-2 successeur 3 '(1 11 111))
;;; (appliquer-n-2 carre 2 '(1 2 3 4))
(define (C n p)
  (if (or (= p 0) (= n p))
      1
      (+ (C (- n 1) (- p 1))
         (C (- n 1) p) ) ) )
```

C'est une récursion qui a deux cas d'arrêt mais si l'on transcode sans réfléchir, on n'a pas besoin de s'en apercevoir.

Exercice 4

Écrire une fonction, nommée `grouper`, prenant une liste en argument et regroupant deux à deux ses termes. Ainsi :

```
(grouper (list 1 2 3 4 5 6)) → ((1 2) (3 4) (5 6))
(grouper (list 1 2 3 4 5)) → ((1 2) (3 4) (5))
```

Réponse [0/0]

```
(define (grouper l)
  (if (pair? l)
      (if (pair? (cdr l))
          (cons (list (car l) (cadr l))
                (grouper (cddr l)) )
          (list l) )
      '() ) )
```

Attention au dernier terme des listes de longueur impaire !

Exercice 5

Écrire une fonction, nommée `appliquer-n`, qui prend une fonction f, un entier n et une liste $(e_1, e_2, \ldots e_p)$ et qui retourne la liste $(f^n(e_1), f^n(e_2), \ldots f^n(e_p))$ où $f^2(e) = f(f(e))$, $f^3(e) = f(f(f(e)))$ etc. Par exemple

```
(define (successeur n)
  (+ n 1) )

(define (carre n)
  (* n n) )
```

```
(appliquer-n successeur 3 '(1 11 111)) → (4 14 114)
(appliquer-n carre 2 '(1 2 3 4)) → (1 16 81 256)
```


Section | Groupe | Nom | Prénom

Réponse [0/0]

```
(define (appliquer-n f n l)
  (if (= n 0)
      l
      (appliquer-n f (- n 1) (map f l)) ) )
```

C'est une double récursion (sur un nombre et une liste). On peut inverser les deux récursions et obtenir :

```
(define (appliquer-n-2 f n l)
  (define (appliquer-n-fois n)
    (define (fn x)
      (if (= n 0)
          x
          ((appliquer-n-fois (- n 1)) (f x)) ) )
    fn )
  (map (appliquer-n-fois n) l) )
```

Exercice 6

Indiquer les quatre à six étapes les plus significatives de l'évaluation de l'expression `(mystere '(a b c d))` puis écrire une spécification de cette même fonction.

```
(define (mystere x)
  (define (secret x)
    (if (pair? (cdr x))
        (secret (cdr x))
        x ) )
  (if (pair? x)
      (secret x)
      #f ) )
```

Réponse [0/0]

Cette fonction retourne la liste formée du dernier terme de la liste reçue en argument. Son type est donc $\alpha^* \rightarrow \alpha^*$. L'appel à `(mystere '(a b c d))` passe par les principales étapes suivantes :

```
(mystere '(a b c d))
(secret '(a b c d))
(secret '(b c d))
(secret '(c d))
(secret '(d))
'(d)
```

