Devoir sur table – Novembre 2004
LI101
Durée : 1h30

Aucun document ni machine électronique n'est permis à l'exception de la carte de référence de Scheme.

Répondre sur la feuille même, dans les boîtes appropriées. La taille des boîtes suggère le nombre de lignes de la réponse attendue. Le barème (total sur 20) apparaissant dans chaque boîte n'est donné qu'à titre indicatif.

La clarté des réponses et la présentation des programmes seront appréciées. Ne pas désagrafer les feuilles.

Exercice 1

Question 1.1 – Écrire, en Scheme, une signature et une définition de la fonction H ainsi définie sur les entiers naturels strictement positifs :

$$H(n,p) = \begin{cases} H(p,n) & \text{si } n < p \\ n & \text{si } n = p \\ H(n-p,p) & \text{si } n > p \end{cases}$$

[2/20]

Question 1.2 – Quel est la signature de la fonction suivante (on ne demande pas sa sémantique) ?

```
(define (mystere x)
  (if (pair? x)
      (or (car x) (mystere (cdr x)))
      #f ) )
```

[1/20]

Question 1.3 – Écrire, en Scheme, une signature et une définition de la fonction `sommeEntier` qui prend un entier naturel n en argument et qui calcule $\Sigma_{i=1}^{n} i$. Ainsi

```
(sommeEntier 1)  → 1
(sommeEntier 3)  → 6
```

Section	Groupe	Nom	Prénom

[2/20]

Question 1.4 – Écrire, en Scheme, une signature et une définition de la fonction `sommeListe` qui prend une liste de nombres en argument et qui calcule la somme de ces nombres. Ainsi

`(sommeListe (list 1 2 3))` $\rightarrow$ `6`
`(sommeListe (list))` $\rightarrow$ `0`

[1/20]

Exercice 2

Cet exercice tourne autour du triangle de Pascal dont voici les premières lignes :

```
1    5    10    10    5    1        ligne 5
   1    4    6    4    1            ligne 4
      1    3    3    1              ligne 3
         1    2    1                ligne 2
            1    1                  ligne 1
               1                    ligne 0
```

Le triangle de Pascal est simplement engendré si l'on remarque que chaque nombre de chaque ligne est la somme des deux nombres situés juste au-dessous sauf bien sûr les nombres des bords, tous égaux à 1.

Question 2.1 – Donner la signature et une définition pour une fonction, nommée `entouree-de-1`, prenant une liste de nombres et entourant cette liste d'un 1 initial et d'un 1 final. Ainsi

`(entouree-de-1 (list 2 3 4))` $\rightarrow$ `(1 2 3 4 1)`

La définition de `entouree-de-1` ne doit comporter qu'un appel au plus à `cons`, qu'un appel au plus à `append` et qu'un appel au plus à `list`.

[1/20]

Section	Groupe	Nom	Prénom

Question 2.2 – Donner la signature et une définition pour une fonction, nommée `somme-2-a-2`, prenant une liste d'au moins deux nombres quelconques et calculant la liste de leur somme deux à deux. Ainsi

```
(somme-2-a-2 (list 1 2 3))  → (3 5)
(somme-2-a-2 (list 1 2 3 4))  → (3 5 7)
```

[4/20]

Section	Groupe	Nom	Prénom

Question 2.3 – Soit la fonction ainsi définie :

```
;;; pascal-ligne: nat/>0/ -> LISTE[nat]
;;; (pascal-ligne i) rend la ligne « i » du triangle de Pascal.

(define (pascal-ligne n)
  (entouree-de-1 (if (> n 1)
                     ?
                     (list) )) )
```

Par quelle expression remplacer le point d'interrogation pour que :

```
(pascal-ligne 3)  → (1 3 3 1)
(pascal-ligne 4)  → (1 4 6 4 1)
```

[2/20]

Section	Groupe	Nom	Prénom

Question 2.4 – Donner la signature et une définition pour la fonction, nommée `triangle-pascal`, prenant un entier naturel n strictement positif et calculant la liste des premières lignes du triangle de Pascal jusqu'à la ligne numérotée n. Pour cette fonction, il est pas nécessaire d'utiliser `pascal-ligne`. On prendra garde à l'efficacité de la réponse. Ainsi,

`(triangle-pascal 3)` $\rightarrow$ `((1 3 3 1) (1 2 1) (1 1))`

[3/20]

Section	Groupe	Nom	Prénom

Question 2.5 – Donner la définition seule de la fonction, nommée `triangle-pascal-inverse`, prenant un entier naturel n et calculant la liste des premières lignes du triangle de Pascal jusqu'à la ligne n. On prendra garde à l'efficacité de la réponse. Ainsi,

`(triangle-pascal-inverse 3)` $\rightarrow$ `((1) (1 1) (1 2 1) (1 3 3 1))`

[4/20]